**Решение показательных уравнений. Примеры.**

Что такое **показательное уравнение**? Это уравнение, в котором неизвестные (иксы) и выражения с ними находятся в **показателях** каких-то степеней. И только там! Это важно.

Вот вам *примеры показательных уравнений*:

5х+2 = 125

3х·2х = 8х+3

32х+4·3х-5 = 0

Ну, и так далее.

Обратите внимание! В основаниях степеней (внизу) - **только числа**. В **показателях** степеней (вверху) - самые разнообразные выражения с иксом. Если, вдруг, в уравнении вылезет икс где-нибудь, кроме показателя, например:

2х = 3+х,

это будет уже уравнение смешанного типа. Такие уравнения не имеют чётких правил решения. Мы их пока рассматривать не будем. Здесь мы будем разбираться с *решением показательных уравнений* в чистом виде.

Вообще-то, даже чистые показательные уравнения чётко решаются далеко не всегда. Но существуют определённые типы показательных уравнений, которые решать можно и нужно. Вот эти типы мы и рассмотрим.

**Решение простейших показательных уравнений.**

Для начала решим что-нибудь совсем элементарное. Например:

3х = 32

Даже безо всяких теорий, по простому подбору ясно, что х=2. Больше-то никак, верно!? Никакое другое значение икса не катит. А теперь глянем на запись решения этого хитрого показательного уравнения:

3х= 32

х = 2

Что мы сделали? Мы, фактически, просто выкинули одинаковые основания (тройки). Совсем выкинули. И, что радует, попали в точку!

Действительно, если в показательном уравнении слева и справа стоят **одинаковые** числа в каких угодно степенях, эти числа можно убрать и приравнять показатели степеней. Математика позволяет. Остаётся дорешать куда более простое уравнение. Здорово, правда?)

Однако, запомним железно: *убирать основания можно только тогда, когда слева и справа числа-основания находятся в гордом одиночестве!* Безо всяких соседей и коэффициентов. Скажем, в уравнениях:

2х+2х+1 = 23, или

2·2х = 24

двойки убирать нельзя!

Ну вот, самое главное мы и освоили. Как переходить от злых показательных выражений к более простым уравнениям.

"Вот те раз!" - скажете вы. "Кто ж даст такой примитив на контрольных и экзаменах!?"

Вынужден согласиться. Никто не даст. Но теперь вы знаете, куда надо стремиться при решении замороченных примеров. Надо приводить его к виду, когда слева - справа стоит одно и то же число-основание. Дальше всё будет легче. Собственно, это и есть классика математики. Берём исходный пример и преобразовываем его к нужному **нам** виду. По правилам математики, разумеется.

Рассмотрим примеры, которые требуют некоторых дополнительных усилий для приведения их к простейшим. Назовём их *простыми показательными уравнениями.*

**Решение простых показательных уравнений. Примеры.**

При решении показательных уравнений, главные правила - **действия со степенями.** Без знаний этих действий ничего не получится.

К действиям со степенями надо добавить личную наблюдательность и смекалку. Нам требуются одинаковые числа-основания? Вот и ищем их в примере в явном или зашифрованном виде.

Посмотрим, как это делается на практике?

Пусть нам дан пример:

22х - 8х+1 = 0

Первый зоркий взгляд - на **основания.** Они... Они разные! Два и восемь. Но впадать в уныние - рано. Самое время вспомнить, что

8 = 23

Двойка и восьмёрка - родственнички по степени.) Вполне можно записать:

8х+1 = (23)х+1

Если вспомнить формулку из действий со степенями:

(аn)m = anm,

то вообще отлично получается:

8х+1 = (23)х+1 = 23(х+1)

Исходный пример стал выглядеть вот так:

22х - 23(х+1) = 0

Переносим *23(х+1)* вправо (элементарных действий математики никто не отменял!), получаем:

22х = 23(х+1)

Вот, практически, и всё. Убираем основания:

2х = 3(х+1)

Решаем этого монстра и получаем

х = -3

Это правильный ответ.

В этом примере нас выручило знание степеней двойки. Мы *опознали* в восьмёрке зашифрованную двойку. Этот приём (шифровка общих оснований под разными числами) - очень популярный приём в показательных уравнениях! Да и в логарифмах тоже. Надо уметь узнавать в числах степени других чисел. Это крайне важно для решения показательных уравнений.

Дело в том, что возвести любое число в любую степень - не проблема. Перемножить, хоть на бумажке, да и всё. Например, возвести 3 в пятую степень сможет каждый. 243 получится, если таблицу умножения знаете.) Но в показательных уравнениях гораздо чаще надо не возводить в степень, а наоборот... Узнавать, *какое число в какой степени* скрывается за числом 243, или, скажем, 343... Здесь вам никакой калькулятор не поможет.

Степени некоторых чисел надо знать в лицо, да... Потренируемся?

Определить, какими степенями и каких чисел являются числа:

2; 8; 16; 27; 32; 64; 81; 100; 125; 128; 216; 243; 256; 343; 512; 625; 729, 1024.

Ответы (в беспорядке, естественно!):

54; 210; 73; 35; 27; 102; 26; 33; 23; 21; 36; 29; 28; 63; 53; 34; 25; 44; 42; 23; 93; 45; 82; 43; 83.

Если приглядеться, можно увидеть странный факт. Ответов существенно больше, чем заданий! Что ж, так бывает... Например, 26, 43, 82 - это всё 64.

Предположим, что вы приняли к сведению информацию о знакомстве с числами.) Напомню ещё, что для решения показательных уравнений применим **весь** запас математических знаний. В том числе и из младших-средних классов. Вы же не сразу в старшие классы пошли, верно?)

Например, при решении показательных уравнений очень часто помогает вынесение общего множителя за скобки (привет 7 классу!). Смотрим примерчик:

32х+4 -11·9х = 210

И вновь, первый взгляд - на основания! Основания у степеней разные... Тройка и девятка. А нам хочется, чтобы были - одинаковые. Что ж, в этом случае желание вполне исполнимое!) Потому, что:

9х = (32)х = 32х

По тем же правилам действий со степенями:

32х+4 = 32х·34

Вот и отлично, можно записать:

32х·34 - 11·32х = 210

Мы привели пример к одинаковым основаниям. И что дальше!? Тройки-то нельзя выкидывать... Тупик?

Вовсе нет. Запоминаем самое универсальное и мощное правило решения **всех** математических заданий:

***Не знаешь, что нужно - делай, что можно!***

Глядишь, всё и образуется).

Что в этом показательном уравнении **можно** сделать? Да в левой части прямо просится вынесение за скобки! Общий множитель 32х явно намекает на это. Попробуем, а дальше видно будет:

32х(34 - 11) = 210

Что ещё **можно** сделать? Посчитать выражение в скобках:

34 - 11 = 81 - 11 = 70

Пример становится всё лучше и лучше!

70·32х = 210

Вспоминаем, что для ликвидации оснований нам необходима чистая степень, безо всяких коэффициентов. Нам число 70 мешает. Вот и делим обе части уравнения на 70, получаем:

32х = 3

Оп-па! Всё и наладилось!

32х = 31

2х = 1

х = 0,5

Это окончательный ответ.

Случается, однако, что выруливание на одинаковые основания получается, а вот их ликвидация - никак. Такое бывает в показательных уравнениях другого типа. Освоим этот тип.

**Замена переменной в решении показательных уравнений. Примеры.**

Решим уравнение:

4х - 3·2х +2 = 0

Сначала - как обычно. Переходим к одному основанию. К двойке.

4х = (22)х = 22х

Получаем уравнение:

22х - 3·2х +2 = 0

А вот тут и зависнем. Предыдущие приёмы не сработают, как ни крутись. Придётся доставать из арсенала ещё один могучий и универсальный способ. Называется он **замена переменной.**

Суть способа проста до удивления. Вместо одного сложного значка (в нашем случае - 2х) пишем другой, попроще (например - t). Такая, казалось бы, бессмысленная замена приводит к потрясным результатам!) Просто всё становится ясным и понятным!

Итак, пусть

2х = t

Тогда 22х = 2х2 = (2х)2 = t2

Заменяем в нашем уравнении все степени с иксами на t:

t2 - 3t+2 = 0

Ну что, осеняет?) Квадратные уравнения не забыли ещё? Решаем через дискриминант, получаем:

t1 = 2

t2 = 1

Тут, главное, не останавливаться, как бывает... Это ещё не ответ, нам икс нужен, а не t. Возвращаемся к иксам, т.е. делаем обратную замену. Сначала для t1:

t1 = 2 = 2х

Стало быть,

2х = 2

х1 = 1

Один корень нашли. Ищем второй, из t2:

t2 = 1 = 2х

2х = 1

Гм... Слева 2х, справа 1... Неувязочка? Да вовсе нет! Достаточно вспомнить (из действий со степенями, да...), что единичка - это **любое** число в нулевой степени. Любое. Какое надо, такое и поставим. Нам нужна двойка. Значит:

1 = 20

2х = 20

х2 = 0

Вот теперь всё. Получили 2 корня:

х1 = 1

х2 = 0

Это ответ.

В этом уроке приведены примеры решения самых распространённых показательных уравнений. Выделим основное.

*Практические советы:*

1. Первым делом смотрим на **основания** степеней. Соображаем, нельзя ли их сделать **одинаковыми.** Пробуем это сделать, активно используя *действия со степенями.* Не забываем, что числа без иксов тоже можно превращать в степени!

2. Пробуем привести показательное уравнение к виду, когда слева и справа стоят **одинаковые** числа в каких угодно степенях. Используем *действия со степенями* и *разложение на множители.*То что можно посчитать в числах - считаем.

3. Если второй совет не сработал, пробуем применить замену переменной. В итоге может получиться уравнение, которое легко решается. Чаще всего - квадратное. Или дробное, которое тоже сводится к квадратному.

4. Для успешного решения показательных уравнений надо степени некоторых чисел знать "в лицо".

**Домашняя работа:**

1. Внимательно повторить весь материал в конспекте урока, мы эту тему изучали! Конспект у вас есть!
2. Решить показательные уравнения:

а) 6х = 216

b) 2х+3 - 2х+2 - 2х = 48